Exercice 1

On considère $d$ la droite passant par les points $A(0;-2;1)$ et $B(3;2;-1)$.

1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite $d$.
2) Trouver deux autres points appartenant à la droite $d$.
3) Quelle est l'intersection de la droite $d$ avec les plans $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, $(O;\vec{\imath},\vec{k})$ et $(O;\vec{\jmath},\vec{k})$ ?

1) un vecteur de d : $\vec{AB}\begin{pmatrix}3-0\\2+2\\-1-1\end{pmatrix} = \vec{AB}\begin{pmatrix}3\\4\\-2\end{pmatrix}$

$$d \equiv \begin{cases} x = 0+3t \\ y = -2+2t \\ z = 1-2t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

2) Pour $t=-1$ : $\begin{cases} x=-3 \\ y=-4 \\ z=2 \end{cases}$

D'où $C(-3;-4;2) \in d$

Pour $t=0$ : $\begin{cases} x=0 \\ y=-2 \\ z=1 \end{cases}$

D'où $D(0;-2;1) \in d$

3) * $d \cap (O;\vec{i};\vec{j}) \iff z=0$ et $z=1-2t$

$\iff 0 = 1-2t$

$\iff t = \frac{1}{2}$

Pour $t=\frac{1}{2}$ : $\begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$ $\quad d \cap \left\{\left(\frac{3}{2};0;0\right)\right\}$

* $d \cap (O;\vec{i};\vec{k}) \iff y=0$ et $y=-2-2t$

$\iff 0=-2+2t$

$\iff 2 = 2t$

$\iff t=1$

Pour $t=1$ : $\begin{cases} x=-3 \\ y=0 \\ z=-1 \end{cases}$

$d \cap \{(-3;0;-1)\}$

$* \; d \cap (O;\vec{j};\vec{k}) \Leftrightarrow x=0$ et $x = 3t$

$\Leftrightarrow 0 = 3t$

$\Leftrightarrow t = 0$

Pour $t = \frac{1}{2}$ : $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{cases}$ $\quad d \cap \{(0;-2;1)\}$

Exercice 2

On considère la droite *d* passant par les points $A(0;-2;1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(-2;3;-5)$.

1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite *d*.
2) Trouver deux autres points appartenant à la droite *d*.
3) Quelles sont les coordonnées des éventuels points d'intersection de la droite *d* avec les plans $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, $(O;\vec{\imath},\vec{k})$ et $(O;\vec{\jmath},\vec{k})$ ?

1)

$$d \equiv \begin{cases} x = 0 - 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 - 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

2) Pour $t = 0$ : $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{cases}$ et pour $t = 1$ : $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \\ z = -4 \end{cases}$

D'où $B(0;-2;1)$ $\qquad$ D'où $C(-2;1;-4)$

3)

$* \; d \cap (O;\vec{\imath};\vec{j}) \Leftrightarrow z=0$ et $z = 1-5t$

$\Leftrightarrow 0 = 1-5t$

$\Leftrightarrow t = \frac{1}{5}$

Pour $t = \frac{1}{5}$ : $\begin{cases} x = -\frac{2}{5} \\ y = -\frac{7}{5} \\ z = 0 \end{cases}$

$d \cap \{(-\frac{2}{5} ; -\frac{7}{5} ; 0)\}$

⊛ $d \cap (O; \vec{i}; \vec{k}) \Leftrightarrow y = 0$ et $y = -2+3t$

$\Leftrightarrow 0 = -2+3t$

$\Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$

Pour $t = \frac{2}{3}$ : $\begin{cases} x = -\frac{4}{3} \\ y = 0 \\ z = -\frac{7}{3} \end{cases}$

$d \cap \{(-\frac{4}{3} ; 0 ; -\frac{7}{3})\}$

⊛ $d \cap (O; \vec{j}; \vec{k}) \Leftrightarrow x = 0$ et $x = -2t$

$\Leftrightarrow 0 = -2t$

$\Leftrightarrow t = 0$

Pour $t = 0$ : $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \\ z = 1 \end{cases}$

$d \cap \{(0 ; -2 ; 1)\}$

<u>Exercice 3</u>

Quelle est la nature géométrique de l'ensemble $E$ défini par $\begin{cases} x = -3t \\ y = -2 + 3t \\ z = -t \end{cases} , t \in \mathbb{R}$ ?

$A(0;-2;0)$

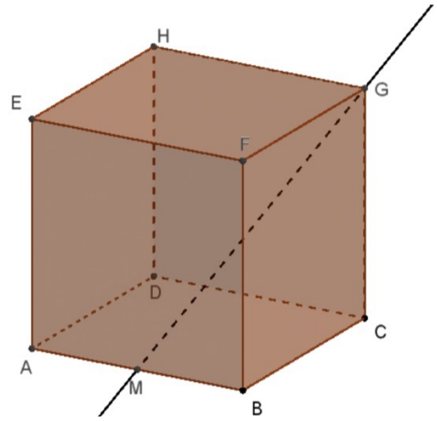
recteur normal de $E$ : $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\3\\-1\end{pmatrix}$

L'ensemble $E$ répresente une droite du vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\3\\-1\end{pmatrix}$ et qui pass par le point $A(0;-2;0)$.

Exercice 4

On considère le cube $ABCDEFGH$ d'arête 1. Le point $M$ est le milieu de l'arête $[AB]$. On choisit le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite $(MG)$.
2) Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de la droite $(MG)$ avec le plan $(ADE)$ ?




Exercice 5

1) $M\left(\frac{1}{2};0;0\right)$ et $G(1;1;1)$

vecteur directeur de la droite $(MG)$ : $\overrightarrow{MG}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\1\\1\end{pmatrix}$

Donc : $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}t \\ y = t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

2) $(MG)$ coupe $ADE \iff x=0$ et $x = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}t$

$\iff 0 = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}t$

$\iff t = -1$

Donc : $(MG) \cap ADE \iff \{(0;-1;-1)\}$

Exercice 5

On considère la droite *d* définie par sa représentation paramétrique : $d: \begin{cases} x = -5t + 4 \\ y = -3 + 2t \\ z = 4t + 2 \end{cases} \quad , t \in \mathbb{R}$

1) Quelles sont les coordonnées du point *A* appartenant à *d* de paramètre 1 ?
2) Déterminer un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite *d*.
3) Est-ce que le vecteur $\vec{v}(-10; 4; 4)$ est aussi un vecteur directeur de la droite *d* ?
4) Existe-t-il un point *B* appartenant à *d* dont la cote est 2 ?
5) Est-ce que le point $C\left(\frac{3}{2}; -2; 4\right)$ appartient à la droite *d* ?

1) Pour $t = 1$ : $\begin{cases} x = -5 \cdot 1 + 4 \\ y = -3 + 2 \cdot 1 \\ z = 4 \cdot 1 + 2 \end{cases} = \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = 6 \end{cases}$

Donc $A(-1; -1; 6)$

2) vecteur directeur de d : $\vec{u}\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

3) $\vec{v}\begin{pmatrix} -10 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} \mid \vec{u} = k \cdot \vec{v}$

$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} \mid \begin{cases} -5 = k \cdot (-10) & (1) \\ 2 = k \cdot 4 & (2) \\ 4 = k \cdot 4 & (3) \end{cases}$

$(2) \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$

Dans (3) : $4 \neq \frac{1}{2} \cdot 4$ ↯ impossible !

Donc, $\vec{v}$ n'est pas un vecteur directeur de d.

4) $B \in d \Leftrightarrow z = 2$ et $z = 4 \cdot t + 2$

$\Leftrightarrow \cancel{2} = 4t \cancel{+2}$

$\Leftrightarrow t = 0$

Pour $t = 0$ : $\begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \\ z = 2 \end{cases}$

D'où $B(4;-3;2)$

5) $C \in d$ ?

$$d \equiv \begin{cases} \frac{3}{2} = -5 \cdot t + 4 & ① \\ -2 = -3 + 2t & ② \\ 4 = 4t + 2 & ③ \end{cases} \text{, avec } t \in \mathbb{R}$$

③ $\Leftrightarrow 4 = 4t + 2$

$\Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$

Verifions dans ① : $-5 \cdot \frac{1}{2} + 4 = \frac{3}{2}$ ✓

verifions dans ② : $-3 + 2 \cdot \frac{1}{2} = -2$ ✓

Donc $C \in d$ !